تابع کمکی Baum به صورت زیر تعریف می شود:

همچنین

$$if : Q(\lambda^{'},\lambda) \geq Q(\lambda^{'},\lambda') \Rightarrow P(o \mid \lambda') \geq P(o \mid \lambda)$$

با این اوصاف می توان اثبات کرد که فرمول های آپدیت پارمتر به دست آمده همیشه در جهت بهبود مدل روی داده های آموزشی عمل می کنند و این تغییرات باعث بدتر شدن مدل روی داده های آموزشی نمی شود.

یعنی با هر تکرار آموزش مدل بهبود می یابد (اثبات در کتاب درسی).

فرمول های آپدیت پارامتر محدودیت های زیر را دارند:

$$\sum_{i=1}^{N} \overline{\Pi}_i = 1$$

$$\sum_{j=1}^{N} \overline{a}_{ij} = 1, 1 \leq i \leq N$$

$$\sum_{k=1}^{M} \overline{b}_j(k) = 1, 1 \leq j \leq N$$

3– مسئله سوم برای HMMهای پیوسته

در صورتی که مشاهدات HMM پیوسته باشند، باید از یک تابع چگالی احتمال به عنوان خروجی مشاهدات استفاده کرد.

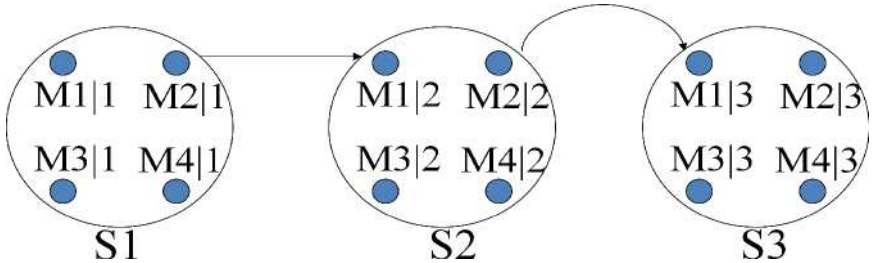
یعنی به جای $b_j(k) = P(o_t = V_k \mid q_t = j)$ باید از

$$b_j(o) = \sum_{k=1}^{M} C_{jk} \mathrm{N}(o, \mu_{jk}, \Sigma_{jk}), \int_{-\infty}^{\infty} b_j(o) do = 1$$

Mixture Coefficients — Average — Variance

استفاده کرد.

مخلوط های گووسی به عنوان PDF هر حالت در نظر گرفته می شوند (تصویر 1).



تصویر 1 – مخلوط های گووسی به عنوان PDF حالات HMM

$$b_j(o) = \underset{k}{Max}\, C_{jk} \mathrm{N}(o, \mu_{jk}, \Sigma_{jk})$$

در برخی روش ها فقط از مخلوط غالب استفاده می کنند.

مدل HMM با مشاهدات پیوسته و PDF مخلوط گووسی دارای پارامترهای زیر می باشد:

$$\lambda = (A, \Pi, C, \mu, \Sigma)$$

N×N 1×N N×M N×M×K N×M×K×K

که N تعداد حالات، M تع

پارامترهای a و π با فرمول

تعریف: $\gamma_t(j,k)$ برابر ا

فرمول آپدیت پارمترهای

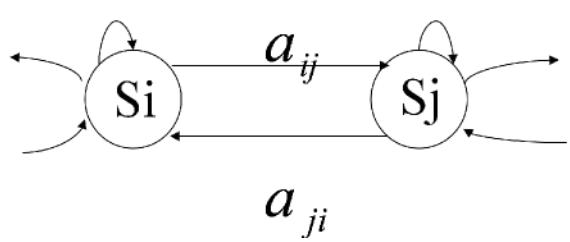
$$\bar{C}_{jk} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \gamma_t(j,k)}{\sum_{t=1}^{T}\sum_{k=1}^{M} \gamma_t(j,k)} \qquad \underline{\bar{\mu}}_{jk} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \gamma_t(j,k) o_t}{\sum_{t=1}^{T} \gamma_t(j,k)}$$

$$\underline{\bar{\Sigma}}_{jk} = \frac{\sum_{t=1}^{T} \gamma_t(j,k) \cdot (\underline{o}_t - \underline{\mu}_{jk}) \cdot (\underline{o}_t - \underline{\mu}_{jk})'}{\sum_{t=1}^{T} \gamma_t(j,k)}$$

4– مدل کردن مدت ح

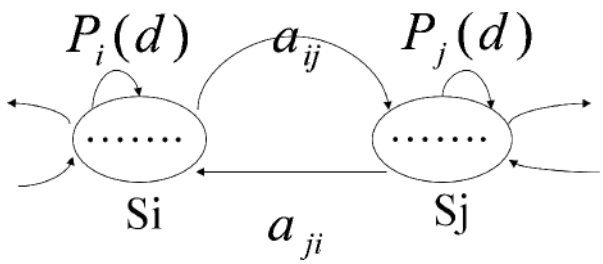
احتمال ماندن d بار در حا

$$P_i(d) = a_{ii}^{d-1}(1 - a_{ii})$$



تصویر 2 – دو حالت از یک HMM

در تصویر 3 یک HMM با پارامتری با عنوان مدت زمان مشاهده می کنید.



تصویر 3 – HMM با پارامتر مدت زمان ماندن در یک حالت

با در نظر گرفتن مدت حالت یک سری موارد مطرح می شود:

- انتخاب $q_1 = i$ بوسیله π_i ها
- انتخاب d_1 بوسیله $P_{q_1}(d)$
- انتخاب دنباله مشاهدات $O_1, O_2, \cdots, O_d$

  بوسیله $b_{q_1}(O_1, O_2, \cdots, O_{d_1})$

  در عمل فرض استقلال می کنیم: $b_{q_1}(O_1, O_2, \cdots, O_{d_1}) = \prod_{t=1}^{d_1} b_{q_1}(t, O_t)$
- انتخاب حالت بعد $q_2 = j$

  بوسیله احتمالات گذر $a_{q_1 q_2}$

  یک محدودیت دیگر نیز داریم: $a_{q_1 q_1} = 0$